CS3214
Pengolahan Citra – UAS

CHAPTER 4.

Konvolusi (Spatial Filter) &

Transformasi Fourier

Universitas Telkom

TIK

- Mahasiswa memahami konsep serta manfaat dari proses konvolusi
- Mahasiswa mengenal Transformasi Fourier dan manfaatnya dalam pengolahan data

SUB BAB

- Dasar dan efek Konvolusi
- Cara Kerja Konvolusi
- Pengantar Transformasi Fourier
- Cara Kerja Transformasi Fourier

Pendahuluan

- Materi ini tentang konsep matematis yang melandasi teori pengolahan citra
- Dua operasi matematis penting dalam pengolahan citra :
  - Operasi Konvolusi (*Spatial Filter/Discret Convolution Filter*)
  - Transformasi Fourier

Teori Konvolusi (Spatial Filter)

- Konvolusi terdapat pada operasi pengolahan citra yang mengalikan sebuah citra dengan sebuah *mask (convolution mask)* atau *kernel*
- Secara matematis, konvolusi 2 buah fungsi f(x) dan g(x) didefinisikan sebagai berikut :

$$h(x) = f(x) \otimes g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(a) g(x-a) da$$

- Untuk fungsi diskrit :

$$h(x) = f(x) \otimes g(x) = \sum_{-\infty}^{\infty} f(a) g(x-a)$$

Teori Konvolusi (Spatial Filter)

- Pada operasi konvolusi di atas, g(x) disebut *mask (convolution mask)* atau *kernel.*

- Kernel g(x) yang akan dioperasikan secara bergeser pada sinyal masukan f(x), yang dalam hal ini, jumlah perkalian kedua fungsi pada setiap titik merupakan hasil konvolusi yang dinyatakan dengan keluaran h(x)

Teori Konvolusi (Spatial Filter)

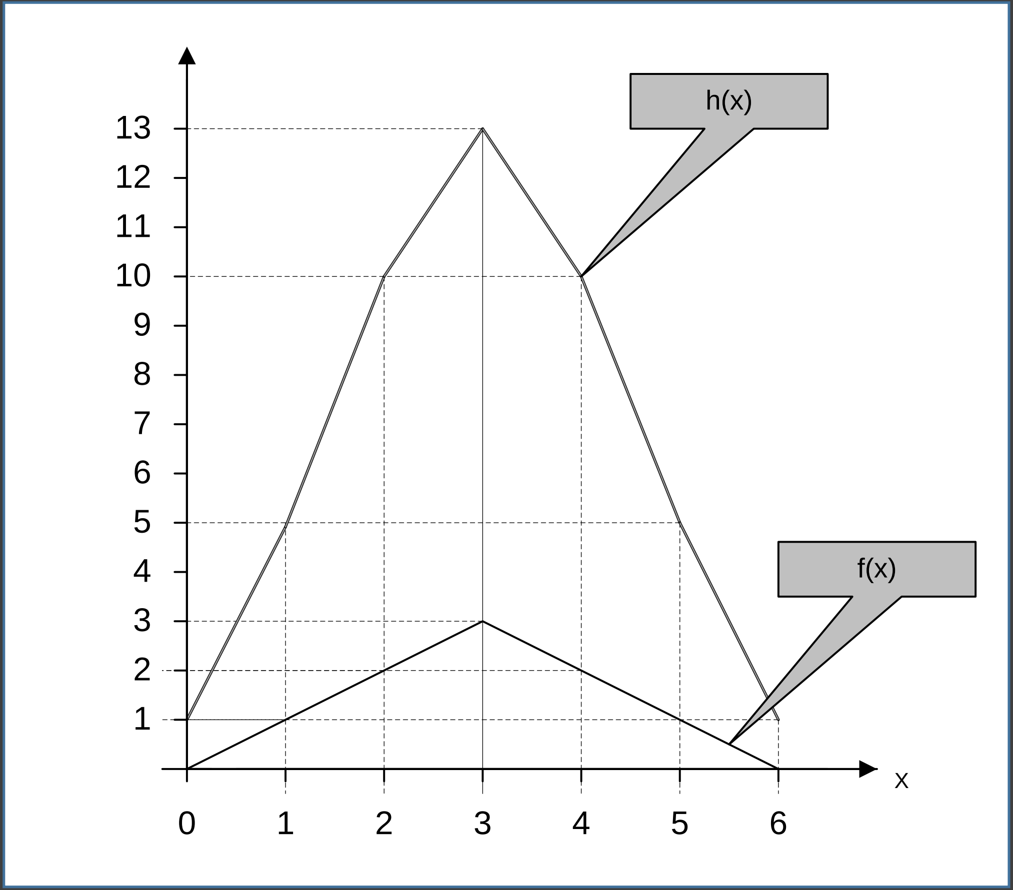
- Contoh operasi konvolusi pada data 1 dimensi :
  - f(x) = {0,1,2,3,2,1,0}
  - g(x) = {1,3,1}

  Didefinisikan ⊗ adalah operasi konvolusi, maka :
  - h(x) = f(x) ⊗ g(x) = {1,5,10,13,10,5,1}
  - Caranya :
    - (0 x 1) + (0 x 3) + (1 x 1) = 1
    - (0 x 1) + (1 x 3) + (2 x 1) = 5
    - (1 x 1) + (2 x 3) + (3 x 1) = 10
    - (2 x 1) + (3 x 3) + (2 x 1) = 13
    - (3 x 1) + (2 x 3) + (1 x 1) = 10
    - (2 x 1) + (1 x 3) + (0 x 1) = 5
    - (1 x 1) + (0 x 3) + (0 x 1) = 1

Teori Konvolusi (Spatial Filter)

- f(x) = {0,1,2,3,2,1,0}
- g(x) = {1,3,1}
- h(x) = f(x) $\otimes$ g(x) =

  = {1,5,10,13,10,5,1}



Teori Konvolusi (Spatial Filter)

- Sedangkan pemakaian teknik *spatial filtering* pada citra, umumnya titik yang akan diproses beserta titik-titik disekitarnya dimasukkan ke dalam sebuah matrix 2 dimensi yang berukuran N x N.

- Matrix ini dinamakan matrix *neighbor* (matrix tetangga), dimana N ini besarnya tergantung dari kebutuhan, tetapi pada umumnya N ini selalu kelipatan ganjil karena titik yang akan diproses diletakkan di tengah dari matrix

- Untuk citra, konvolusi dituliskan :
  - **$h(x,y) = f(x,y) \otimes g(x,y)$**

Teori Konvolusi (Spatial Filter)

- Contoh matrix tetangga 3 x 3 :

1	2	3
4	T	5
6	7	8

- Selain digunakannya *matrix tetangga*, teknik spatial filtering menggunakan sebuah matrix lagi yaitu matrix convolution (*mask/kernel*) yang ukurannya sama dengan matrix tetangga.

Teori Konvolusi (Spatial Filter)

- Citra dengan 5 x 5 pixel dan 8 grayscale :

0	5	5	4	4
0	**0**	5	4	4
1	6	1	3	3
1	6	7	2	3
1	6	7	6	6

Dikonvolusi dengan ***image mask*** :

-2	-1	0
-1	**0**	1
0	1	2

- Hasilny

	8			

Hasil konvolusi = (0 x -2)+ (5 x -1) + (5 x 0) + (0 x -1) + (0 x 0) + (5 x 1) + (1 x 0) + (6 x 1) + (1 x 2) = 8

Teori Konvolusi (Spatial Filter)

- Citra dengan 5 x 5 pixel dan 8 grayscale :

0	5	5	4	4
0	0	**5**	4	4
1	6	1	3	3
1	6	7	2	3
1	6	7	6	6

Dikonvolusi dengan ***image mask*** :

-2	-1	0
-1	**0**	1
0	1	2

- Hasilny

	8	-4		

Hasil konvolusi = (5 x -2)+ (5 x -1) + (4 x 0) + (0 x -1) + (5 x 0) + (4 x 1) + (6 x 0) + (1 x 1) + (3 x 2) = -4

Teori Konvolusi (Spatial Filter)

- Citra dengan 5 x 5 pixel dan 8 grayscale :

0	5	5	4	4
0	0	5	4	4
1	6	1	3	3
1	6	7	2	3
1	6	7	6	6

Dikonvolusi dengan ***image mask*** :

-2	-1	0
-1	**0**	1
0	1	2

- Hasi

5	15	12	11	0
13	8	-4	-6	-13
19	20	3	-4	-12
18	18	2	9	-5
5	-2	-19	-17	-13

Normalisasi

5	7	7	7	0
7	7	0	0	0
7	7	3	0	0
7	7	2	7	0
5	0	0	0	0

Teori Konvolusi (Spatial Filter)

Algoritma :

```
void konvolusi (citra Image, citra ImageResult, matrix Mask, int N,
 int M) {
/*
Mengkonvolusi citra Image yang berukuran N x M dengan mask 3x3.
Hasil konvolusi disimpan dalam matriks ImageResult
*/
 int i,j;
 for (i=1;i<=N-2;i++ ) {
     for (j=1;j<=M-2;j++ ) {
          ImageResult[i][j] =
               Image[i-1][j-1]*Mask[0][0] +
               Image[i-1][j]  *Mask[0][1] +
               Image[i-1][j+1]*Mask[0][2] +
               Image[i][j-1]  *Mask[1][0] +
               Image[i][j]    *Mask[1][1] +
               Image[i][j+1]  *Mask[1][2] +
               Image[i+1][j-1]*Mask[2][0] +
               Image[i+1][j]  *Mask[2][1] +
               Image[i+1][j+1]*Mask[2][2];
     }
 }
}
```

Teori Konvolusi (Spatial Filter)

- Konvolusi berguna pada proses citra seperti :
  - Perbaikan kualitas citra
  - Penghilangan Noise
  - Blur
  - Deteksi Tepi

Transformasi Fourier

- Konvolusi per-pixel ➔ Lama, terdapat operasi perkalian dan penjumlahan untuk setiap pixel
- Untuk mempercepat komputasi :
  - Mengubah citra dari domain spatial ke domain frekuensi, dengan Transformasi Fourier.
- Keuntungan penggunaan domain frekuensi adalah proses konvolusi dapat diterapkan dalam bentuk perkalian langsung

Transformasi Fourier

Rumus :

- Jika :
  - h(x,y) = f(x,y) $\otimes$ g(x,y)
  - F(u,v) = Transf.Fourier dari f(x,y)
  - G(u,v) = Transf.Fourier dari g(x,y)
- Maka berlaku :
  - H(u,v) = F(u,v) .G(u,v)
  - h(x,y) = invers Transf.Fourier dari H(u,v)

Transformasi Fourier

$$F(u,v)=\frac{1}{N.M}.\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{M-1} f(x,y).\left[\cos 2\pi\left(\frac{ux}{N}+\frac{vy}{M}\right)-i.\sin 2\pi\left(\frac{ux}{N}+\frac{vy}{M}\right)\right]$$

$$\left|F(u,v)\right|=\sqrt{\left[\frac{1}{N.M}.\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{M-1} f(x,y).\cos 2\pi\left(\frac{ux}{N}+\frac{vy}{M}\right)\right]^2+\left[\frac{1}{N.M}.\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{M-1} f(x,y).\sin 2\pi\left(\frac{ux}{N}+\frac{vy}{M}\right)\right]^2}$$

$$dengan: \ u=0,1,2,\ldots,N-1 \ dan \ v=0,1,2,\ldots,M-1$$

$$f(x,y)=\sum_{u=0}^{N-1}\sum_{v=0}^{M-1} F(u,v).\left[\cos 2\pi\left(\frac{ux}{N}+\frac{vy}{M}\right)+i.\sin 2\pi\left(\frac{ux}{N}+\frac{vy}{M}\right)\right]$$

$$\left|f(x,y)\right|=\sqrt{\left[\sum_{u=0}^{N-1}\sum_{v=0}^{M-1} F(u,v).\cos 2\pi\left(\frac{ux}{N}+\frac{vy}{M}\right)\right]^2+\left[\sum_{u=0}^{N-1}\sum_{v=0}^{M-1} F(u,v).\sin 2\pi\left(\frac{ux}{N}+\frac{vy}{M}\right)\right]^2}$$

$$dengan: \ x=0,1,2,\ldots,N-1 \ dan \ y=0,1,2,\ldots,M-1$$

- TERIMA KASIH